

SIMULASI MODEL ANTRIAN DENGAN METODE SINGLE CHANNEL MULTI SERVER PADA MIDIMARKET SEGAR TASIKMALAYA

Oleh:

Maman Hilman¹⁾, Dewi Liyanti²⁾

Teknik Industri Fakultas Teknik Universitas Galuh Ciamis 46215¹⁾

Teknik Industri Fakultas Teknik Universitas Galuh Ciamis 46215²⁾

ABSTRAK

Antrian adalah kondisi dimana sekelompok orang, atau komponen mesin yang membutuhkan pelayanan harus menunggu dalam urutan tertentu sebelum akhirnya mendapatkan pelayanan. Ini terjadi ketika kemampuan untuk mengatur pelayanan lebih kecil dari kebutuhan pelayanan tersebut. Penggunaan model antrian dapat membantu pihak manajemen dalam menentukan jumlah kasir yang optimal pada sistem pembayaran midimarket Segar. Supaya masalah antrian dapat dikurangi pada saat ramai dan mengurangi waktu menganggur pada kasir sehingga pihak midimarket Segar dapat memberikan pelayanan yang optimal.

Penelitian ini dilakukan untuk menentukan pelayanan yang optimal dengan menggunakan metode single channel multi server, yaitu dimana dalam 1 unit pelayanan, dengan beberapa tahap pelayanan dimana data waktu kedatangan dan data waktu pelayanan di uji menggunakan uji *chi-squared goodness of fit*. Dengan menambahkan simulasi model menggunakan software Promodel versi 7.5 dimana terlihat jelas perbedaan simulasi antrian saat kasir masih 2 unit dan saat kasir menjadi 3 unit.

Hasil penelitian ini menunjukkan bahwa pihak midimarket harus menambah jumlah kasir menjadi 3 Kasir. Penambahan kasir pembayaran dapat memberikan pelayanan yang optimal kepada pelanggannya. Selain untuk mengurangi panjang antrian penambahan kasir juga untuk mengurangi beban kerja yang cukup besar bagi pelayan yang ada.

Kata kunci : Sistem antrian, metode *single channel multi server*, uji *chi-squared goodness of fit*, simulasi model, *software* promodel.

I. Pendahuluan

Pada zaman modern sekarang ini semua dituntut serba cepat. Hal ini dikarenakan semakin bertambahnya jumlah populasi penduduk di dunia, perkembangan teknologi dan pembangunan yang ada di segala bidang juga berlangsung dengan cepat. Perusahaan di bidang jasa maupun manufaktur harus mampu memberikan pelayanan yang cepat serta terbaik sesuai dengan keinginan pelanggan untuk memenuhi kebutuhannya

mengingat akan jumlah populasi yang banyak tersebut. Salah satu perusahaan yang bergerak di bidang jasa adalah pasar modern dan merupakan sektor penting dalam perekonomian suatu negara.

Dewasa ini pasar tradisional mulai digantikan pasar modern / swalayan, minimarket atau midimarket. Dulu masyarakat sering berbelanja ke pasar-pasar tradisional atau warung-warung yang dekat dengan tempat tinggal mereka,

namun karena kesibukan dan kenyamanan yang disediakan pasar modern, masyarakat lebih suka berbelanja di pasar modern.

Ada berbagai macam jenis pasar modern yang berkembang sejauh ini mulai dari minimarket / ritel skala kecil, midimarket / ritel skala menengah dan supermarket / ritel skala besar. Midimarket Segar adalah midimarket yang terdapat di kabupaten Tasikmalaya kecamatan Singaparna. Midimarket berbeda dengan swalayan atau bahkan minimarket, ukuran midimarket lebih besar sedikit dari minimarket.

Dengan fasilitas, sarana dan prasarana pendukung yang juga tidak selengkap Supermarket dan Hypermarket, dan hanya menyediakan antara 3000 sampai 5000 item produk yang dijual, yang terdiri antara lain : barang kelontong, makanan, minuman, daging, buah-buahan dan peralatan rumah tangga. Di sini sudah dijual daging dan buah-buahan.

Midimarket Segar adalah satu-satunya midimarket yang terdapat di kecamatan Singaparna sehingga masyarakat sekitar setiap harinya mencari kebutuhan sehari-hari mereka di midimarket ini. Walaupun midimarket ini terletak di depan pasar tradisional Singaparna tidak membuat midimarket Segar sepi peminat. Banyaknya pengunjung yang datang menyebabkan antrian yang panjang pada kasir-kasir pembayaran. Ada 2 kasir pembayaran yang tersedia di midimarket Segar dengan sistem antrian *single channel multi server*.

Antrian berakibat negatif bagi midimarket Segar, selain mengganggu kenyamanan pelanggan dengan lamanya waktu yang

dibutuhkan saat menunggu, antrian yang panjang juga mengganggu pelanggan lain yang sedang berbelanja. Ruang gerak pun semakin sempit dan sesak saat pengunjung terus berdatangan sedangkan terjadi antrian yang sangat panjang pada bagian kasir pembayaran. Keadaan tempat yang cukup sempit menyebabkan pihak midimarket tidak dapat berbuat banyak untuk menanggulangi permasalahan antrian ini. Fenomena mengantri tidak dapat dihindari lagi dan sering dijumpai dan menjadi masalah yang harus segera ditemukan jalan keluarnya.

Penelitian ini dimaksudkan untuk Dimana nantinya akan dilakukan pencarian model antrian yang tepat dan efisien melalui suatu kegiatan penelitian, dan selanjutnya akan diperoleh model antrian dan ukuran kinerja sebagai pemecahan masalah, sehingga analisis sistem antrian tersebut diharapkan mampu memberi masukan guna peningkatan kualitas pelayanan yang lebih baik. Untuk itu penulis akan mencoba menyelesaikan permasalahan tersebut dengan melakukan penelitian dengan judul "*Simulasi Model Antrian dengan Metode Single Channel Multi server di Midimarket Segar Tasikmalaya*"

Rumusan masalah pada penelitian ini adalah: Bagaimana sistem antrian yang diterapkan di midimarket Segar saat ini, dan Bagaimana simulasi model antrian dengan metode *single channel multi server* di midimarket Segar Tasikmalaya.

Adapun Tujuan Penelitian ini adalah: Mengetahui sistem antrian yang diterapkan di midimarket Segar saat ini, dan Mengetahui simulasi model antrian dengan metode *single channel multi server* di midimarket Segar Tasikmalaya.

II. Tinjauan Pustaka

2.1 Teori Antrian

Analisis antrian pertama kali diperkenalkan oleh A.K. Erlang (1913) yang mempelajari fluktuasi permintaan fasilitas telepon dan keterlambatan pelayanannya. Saat ini analisis antrian banyak diterapkan di bidang bisnis (bank, supermarket), industri (pelayanan mesin otomatis), transportasi (udara, laut, jasa-jasa post) dan lain-lain. Analisis antrian memberikan informasi probabilitas yang dinamakan *operation characteristics*, yang dapat membantu pengambil keputusan dalam merancang fasilitas pelayanan antrian untuk mengatasi permintaan pelayanan yang fluktuatif secara *random* dan menjaga keseimbangan antara biaya pelayanan dan biaya menunggu.

Antrian yang panjang sering kali kita lihat di bank saat nasabah mengantri di *teller* untuk melakukan transaksi, *airport* saat para calon penumpang melakukan *check-in*, di supermarket saat para pembeli antri untuk melakukan pembayaran, di tempat cuci mobil : mobil antri untuk dicuci dan masih banyak contoh lainnya. Disektor jasa, bagi sebagian orang antri merupakan hal yang membosankan dan sebagai akibatnya terlalu lama antri, akan menyebabkan pelanggan kabur. Hal ini merupakan kerugian bagi organisasi atau perusahaan tersebut.

Untuk mempertahankan pelanggan, sebuah organisasi selalu berusaha untuk memberikan pelayanan yang terbaik. Pelayanan yang terbaik tersebut diantaranya adalah memberikan

pelayanan yang cepat sehingga pelanggan tidak dibiarkan menunggu (mengantri) terlalu lama. Namun demikian, dampak pemberian layanan yang cepat ini akan menimbulkan biaya bagi organisasi, karena harus menambah fasilitas layanan. Oleh karena itu, layanan yang cepat akan sangat membantu untuk mempertahankan pelanggan, yang dalam jangka panjang tentu saja akan meningkatkan keuntungan perusahaan.

Antrian timbul disebabkan oleh kebutuhan akan layanan melebihi kemampuan (kapasitas) pelayanan atau fasilitas layanan, sehingga pengguna fasilitas yang tiba tidak bisa segera mendapat layanan disebabkan kesibukan layanan. Pada banyak hal, tambahan fasilitas pelayanan dapat diberikan untuk mengurangi antrian atau untuk mencegah timbulnya antrian. Akan tetapi biaya karena memberikan pelayanan tambahan akan menimbulkan pengurangan. Keuntungan mungkin sampai di bawah tingkat yang dapat diterima. Sebaliknya, sering timbulnya antrian yang panjang akan mengakibatkan hilangnya pelanggan / nasabah.

Salah satu model yang sangat berkembang sekarang ini ialah model matematika. Umumnya, solusi untuk model matematika dapat dijabarkan berdasarkan 2 macam prosedur, yaitu : analitis dan simulasi. Pada model simulasi, solusi tidak dijabarkan secara deduktif. Sebaliknya, model dicoba terhadap harga-harga khusus variabel jawab berdasarkan syarat-syarat tertentu (sudah diperhitungkan terlebih dahulu), kemudian diselidiki pengaruhnya terhadap variabel kriteria. Karena itu model simulasi pada hakikatnya mempunyai

sifat induktif. Misalnya dalam persoalan antrian, dapat dicoba pengaruh bermacam-macam bentuk sistem pembayaran sehingga diperoleh solusi untuk situasi yang terjadi.

2.2 Komponen dan Struktur dasar Proses Antrian

Komponen-komponen ini disajikan pada gambar berikut:



Gambar 2.1 komponen proses antrian

1. Kedatangan

Setiap masalah antrian melibatkan kedatangan, misalnya orang, mobil, atau panggilan telepon untuk dilayani. Unsur ini sering disebut proses input. Proses *input* meliputi sumber kedatangan atau biasa dinamakan calling population, dan cara terjadinya kedatangan yang umumnya merupakan proses *random*.

2. Pelayan

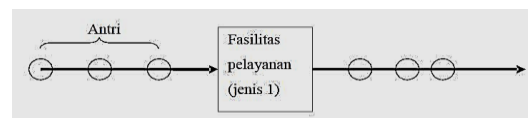
Pelayan atau mekanisme pelayanan dapat terdiri dari satu atau lebih pelayan, atau satu atau lebih fasilitas pelayanan. Contohnya pada sebuah *check out counter* dari suatu supermarket terkadang hanya ada seorang pelayan, tetapi bisa juga diisi seorang kasir dengan pembantunya untuk memasukkan barang-barang ke kantong plastik. Sebuah bank dapat mempekerjakan seorang atau banyak *teller*. Di samping itu, perlu diketahui cara pelayanan dirampungkan, yang kadang-kadang merupakan proses *random*.

3. Antri

Inti dari analisis antrian adalah antri itu sendiri. Timbulnya antrian terutama tergantung dari sifat kedatangan dan proses pelayanan. Penentu antrian lain yang penting adalah disiplin antri. Disiplin antri adalah aturan keputusan yang menjelaskan cara melayani pengantri, misalnya datang awal dilayani dulu yang lebih dikenal dengan singkatan FCFS, datang terakhir dilayani dulu LCFS, berdasar prioritas, berdasar abjad, berdasar janji, dan lain-lain. Jika tak ada antrian berarti terdapat pelayan yang nganggur atau kelebihan fasilitas pelayanan.

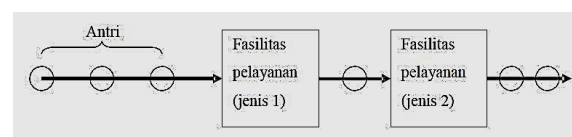
Proses antrian pada umumnya dikelompokkan ke dalam empat struktur dasar menurut sifat-sifat fasilitas pelayanan, yaitu:

1. Satu saluran satu tahap (*Single channel single phase*) berarti bahwa dalam sistem antrian tersebut hanya terdapat satu pemberi layanan yang diberikan.



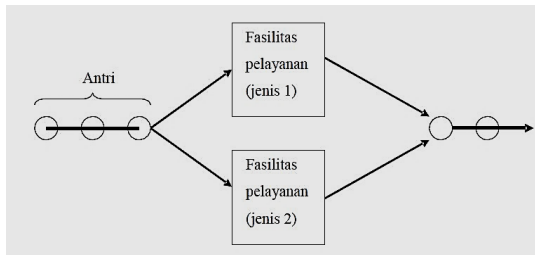
Gambar 2.2 *Single channel single phase*

Banyak saluran satu tahap (*Single channel multi phase*) berarti dalam sistem antrian tersebut terdapat lebih dari satu jenis layanan yang diberikan, tetapi dalam setiap jenis layanan hanya terdapat satu pemberi layanan.



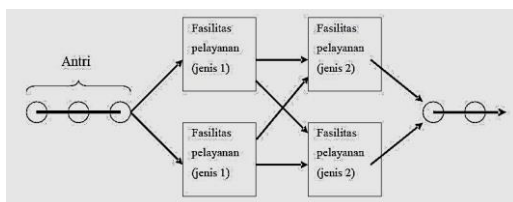
Gambar 2.3 *Single channel multi phase*

2. Satu saluran banyak tahap (*Multi channel single phase*) adalah terdapat satu jenis layanan dalam sistem antrian tersebut, namun terdapat lebih dari satu pemberi layanan.



Gambar 2.4 *Multi channel single phase*

3. Banyak saluran banyak tahap (*Multi channel multi phase*) adalah sistem antrian dimana terdapat lebih dari satu jenis layanan dan terdapat lebih dari satu pemberi layanan dalam setiap jenis layanan.



Gambar 2.5 *Multi channel multi phase*

Banyaknya saluran dalam proses antrian adalah jumlah pelayanan paralel yang tersedia. Banyaknya tahap menunjukkan jumlah pelayanan berurutan yang harus dilalui oleh setiap kedatangan. Ini berarti gambar di atas menunjukkan struktur antrian dengan tiga saluran satu tahap. Empat kategori yang disajikan di atas merupakan kategori dasar.

2.3 Peran Distribusi Poisson dan Eksponensial

Perhatikan situasi antrian dimana kedatangan dan keberangkatan (kejadian) yang timbul

selama satu interval waktu dikendalikan dengan kondisi berikut ini :

Kondisi 1 : probabilitas dari suatu kejadian (kedatangan atau keberangkatan) yang timbul antara t dan $t + s$ bergantung hanya pada panjangnya s , yang berarti bahwa probabilitas tidak bergantung pada t atau jumlah kejadian yang timbul selama periode waktu $(0, t)$ secara matematis kita ketahui bahwa fungsi probabilitas memiliki penambahan *independent stationer*.

Kondisi 2 : probabilitas adalah kejadian yang timbul selama interval waktu yang sangat kecil h adalah positif tetapi kurang dari satu.

Kondisi 3 : paling banyak satu kejadian dapat timbul selama interval waktu yang sangat kecil h .

Dalam sisa bagian ini diperlihatkan bahwa ketiga kondisi diatas menjabarkan sebuah proses dimana jumlah kejadian dalam satu interval waktu yang diberikan adalah *Poisson*. Dan karena itu, interval waktu antara beberapa kejadian yang berturut-turut adalah *Eksponensial*. Dengan kasus semikian, kita mengatakan bahwa kondisi –kondisi tersebut meakili proses Poisson.

Definisikan :

$P_n(t)$ = probabilitas kejadian n yang timbul selama waktu t .

Lalu berdasarkan kondisi 1, probabilitas tidak adanya kejadian yang timbul selama $t + h$ adalah

$$p_0(t + h) = p_0(t)p_0(h)$$

Untuk $h > 0$ dan cukup kecil, kondisi 2 menunjukkan bahwa $0 < p_0(h) < 1$ berdasarkan

kondisi ini, persamaan di atas memiliki pemecahan berikut :

$$P_0(t) = e^{-\alpha t}, t \geq 0$$

Dimana α adalah konstanta positif.

Proses yang dijabarkan pada $p_n(t)$, interval waktu antara beberapa kejadian yang berturut-turut adalah eksponensial. Dengan menggunakan hubungan yang diketahui antara eksponensial dan poisson, kita lalu menyimpulkan bahwa $p_n(t)$ pastilah poisson.

Anggaplah $f(t)$ = fungsi kepadatan probabilitas (pdf) dari interval waktu t antar kemunculan kejadian yang berturut-turut, $t \geq 0$. Misalkan bahwa T adalah interval waktu sejak pemunculan kejadian terakhir, maka pernyataan probabilitas berikut ini berlaku :

$$P \{ \text{waktu antar kejadian melebihi } T \} = P \{ \text{tidak ada kejadian sebelum } T \}$$

Jika interval waktu antara beberapa kejadian yang berturut-turut adalah eksponensial maka mean $1/\alpha$ unit waktu, maka jumlah satu kejadian dalam satu periode waktu tertentu pastilah poisson dengan laju pemunculan rata-rata (kejadian per unit waktu) α . Distribusi poisson merupakan proses yang sepenuhnya acak (completely random process) karena memiliki sifat bahwa interval waktu yang tersisa sampai pemunculan kejadian berikutnya sepenuhnya tidak bergantung pada interval waktu yang telah berlalu dari pemunculan kejadian terakhir. Sifat ini setara dengan pembuktian pernyataan probabilitas berikut ini :

$$P \{ t > T + S \mid t + S \} = P \{ t + T \}$$

Dimana S adalah interval waktu antara pemunculan kejadian terakhir. Karena t bersifat eksponensial.

2.4 Kerangka Keputusan Masalah Antrian

Berbeda dengan *mathematical programming*, tak ada pengetahuan terpadu yang berhubungan dengan optimisasi masalah antrian. Sehingga kebanyakan literatur teori antrian menekankan penemuan *operating characteristics* atau ciri-ciri operasi sistem antrian. Ciri-ciri operasi menjelaskan bekerjanya sistem dalam bentuk ukuran-ukuran, misalnya rata-rata waktu menunggu, waktu nganggur pelayanan dan lain-lain. Namun ukuran prestasi sistem sesungguhnya hanya input dalam suatu kerangka konsep yang lebih luas.

Ciri-ciri operasi yang akan dipelajari adalah:

P_n = probabilitas n pengantri dalam sistem

L = rata-rata banyaknya pengantri dalam sistem

L_q = rata-rata banyaknya pengantri dalam antrian

W = rata-rata waktu menunggu dalam sistem (antri + pelayanan)

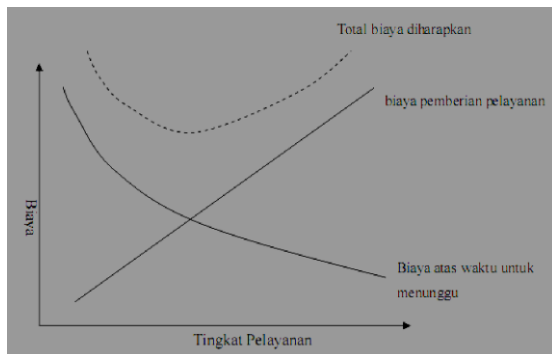
P_0 atau I = proporsi waktu nganggur pelayan (tidak ada pengantri)

Kebanyakan analisis masalah antrian akhirnya sampai pada pertanyaan bagaimana merancang fasilitas pelayanan atau berapa tingkat pelayanan yang seharusnya disediakan. Jika variabel keputusannya adalah tingkat pelayanan, maka model harus mengidentifikasi hubungan antara tingkat pelayanan dengan parameter dan variabel-variabel yang relevan. Kriteria evaluasi keputusan dari model ini adalah *total expected cost*. Hubungan variable

keputusan (tingkat pelayanan) dengan kriteria evaluasi (*total expected cost*) ditunjukkan pada gambar.

Terlihat bahwa *total expected cost* merupakan jumlah dari dua biaya yang berlainan yaitu biaya pelayanan dan biaya menunggu.

Jadi jelas bahwa tingkat pelayanan yang disarankan adalah yang menyebabkan *total expected cost* terendah. Namun, ini tidak berarti analisis ini dapat menentukan biaya total terendah secara tepat sebab *operating characteristic* yang diperoleh hanya merupakan angka rata-rata dan sehingga tidak pasti. Dengan demikian analisis antrian bukanlah suatu teknik optimisasi melainkan hanya penyedia informasi.



Gambar 2.6 keputusan masalah antrian

1. Biaya Pelayanan

Suatu supermarket yang ingin menambah *checkout counter* perlu membiayai seluruh perlengkapan *counter* tambahan dan menggaji pelayan baru. Ini berarti jika tingkat pelayanan diperbaiki, biaya pelayanan akan bertambah. Biaya pelayanan dapat juga dilihat dari sisi pandang yang lain.

Jika tingkat pelayanan bertambah, waktu nganggur pelayan diperkirakan juga bertambah,

yang berarti suatu kenaikan dalam *opportunity cost* karena tidak mengalokasikan pelayan ke kegiatan produktif yang lain. Cara yang digunakan untuk menghitung biaya pelayanan dapat berbeda untuk kasus yang berbeda. Cara apapun yang dipakai seharusnya memberikan jumlah yang sama.

2. Biaya Menunggu

Umumnya terdapat hubungan terbalik antara tingkat pelayanan dan waktu menunggu. Namun terkadang sulit menyatakan secara eksplisit biaya menunggu per unit waktu. Biaya menunggu dapat diduga secara sederhana sebagai biaya kehilangan keuntungan bagi pengusaha, atau biaya turunnya produktivitas bagi pekerja. Ini berarti serupa dengan biaya pelayanan, dimana penentuannya dapat berbeda dari satu kasus ke kasus lain.

Sehingga, masalah keputusannya merupakan konflik antara biaya menunggu bagi pengantri melawan biaya pelayanan. Dan model keputusan masalah antrian dirumuskan sebagai:

$$\text{Minimumkan } \hat{I}(C) = I C_i + W C_w$$

Keterangan:

$\hat{I}(C)$ = *total expected cost* untuk tingkat pelayanan tertentu

I = waktu nganggur pelayan yang diharapkan

C_i = biaya nganggur pelayan per unit waktu

W = waktu menunggu yang diharapkan untuk semua kedatangan

C_w = biaya menunggu pengantri per unit waktu.

2.5 Asumsi-asumsi Teori Antrian

1. Distribusi Kedatangan

Model antrian adalah model probabilistik (*stochastic*) karena unsur-unsur tertentu proses antrian yang dimasukkan dalam model adalah variabel *random*. Variabel *random* ini sering digambarkan dengan distribusi probabilitas. Baik kedatangan maupun waktu pelayanan dalam suatu proses antrian pada umumnya dinyatakan sebagai variabel *random*. Asumsi yang biasa digunakan dalam kaitannya dengan distribusi kedatangan (banyaknya kedatangan per unit waktu) adalah distribusi Poisson. Rumus umum distribusi probabilitas Poisson adalah:

$$P(x) = \frac{e^{-\lambda} \lambda^x}{x!}$$

Keterangan :

x = banyaknya kedatangan

$P(x)$ = probabilitas kedatangan

λ = rata-rata tingkat kedatangan

e = dasar logaritma *natural*, yaitu 2,71828

$x!$ = $x(x-1)(x-2) \dots 1$. (dibaca x faktorial)

Distribusi Poisson adalah distribusi diskrit dengan rata-rata sama dengan varians. Ciri menarik dari proses Poisson adalah bahwa jika banyaknya kedatangan per satuan waktu mengikuti distribusi Poisson dengan rata-rata tingkat kedatangan λ , maka waktu antar kedatangan (*inter arrival time*) akan mengikuti distribusi eksponensial negatif dengan rata-rata $1/\lambda$.

2. Distribusi waktu pelayanan

Waktu pelayanan dalam proses antrian dapat juga sesuai atau pas dengan salah satu bentuk distribusi probabilitas. Asumsi yang biasa digunakan bagi distribusi waktu pelayanan adalah distribusi eksponensial negatif. Sehingga jika waktu pelayanan mengikuti distribusi eksponensial negatif, maka tingkat pelayanan mengikuti distribusi Poisson. Rumus umum *density function* probabilitas eksponensial negatif adalah:

$$f(t) = \mu e^{-\mu t}$$

Keterangan :

t = waktu pelayanan

$f(t)$ = probabilitas yang berhubungan dengan t

μ = rata-rata tingkat pelayanan

$1/\mu$ = rata-rata waktu pelayanan

e = dasar logaritma *natural*, yaitu 2,71828

Penelitian empiris menunjukkan bahwa asumsi distribusi eksponensial negatif maupun Poisson sering kali tidak absah. Karena itu, asumsi ini harus diperiksa sebelum mencoba menggunakan suatu model. Pemeriksaan dilakukan melalui *test goodness of fit* dengan menggunakan distribusi *Chi square*.

III. Metode Penelitian

Tahap-tahap penelitian sebagai berikut:

a. Tema sentral

Tema sentral merupakan penentuan tema yang akan diambil dalam penelitian.

b. Rumusan masalah

Rumusan masalah dibuat berdasarkan permasalahan dalam lingkup tema sentral yang ditemukan di lokasi penelitian. Proses

dan hasil pengenalan masalah atau inventarisasi masalah salah satu proses penelitian yang boleh dikatakan paling penting di antara proses lain.

c. Pengumpulan data

Pada tahap ini, peneliti mengumpulkan data dan informasi yang berkaitan dengan masalah antrian, di *antaranya* data waktu kedatangan pelanggan (pelanggan masuk antrian), data waktu masuk pelanggan (pelanggan mulai dilayani) dan data waktu keluar pelanggan (keluar antrian / selesai dilayani).

d. Pengolahan data

Data-data yang dikumpulkan diolah menggunakan metode pemecahan masalah yang telah ditentukan sebelumnya, yaitu metode *Single channel multi server* dengan simulasi model. Dalam meningkatkan kualitas pelayanan di midimarket Segar dan meningkatkan kepuasan pelanggan, secara singkat dapat dilakukan langkah-langkah berikut ini :

1. Menghitung waktu antar kedatangan dan pelayanan.

Waktu dimana pelanggan tepat berhadapan langsung dengan kasir / pelayan setelah mengantri dan waktu seberapa lama pelanggan dilayani sampai selesai.

2. Pembuatan tabel *chi square goodness of fit test* untuk waktu antar kedatangan dan pelayanan.

Seperti yang sudah dibahas sebelumnya uji *chi-square goodness of fit* adalah uji adanya kecocokan/kesesuaian antara jumlah observasi dan harapan serta jumlah sampel cukup besar.

3. Menghitung nilai α , μ , P , L_q , L_s , W_q , dan W_s .

α = Tingkat kesalahan (0,01 dan 0,05)

μ = Rata-rata tingkat pelayanan

P = Probabilitas terdapat k atau lebih pengantri dalam sistem

L_q = Banyaknya pengantri dalam antrian

s = Banyaknya pengantri dalam sistem

W_s = Waktu harapan menunggu dalam sistem

W_q = Waktu menunggu harapan dalam antri

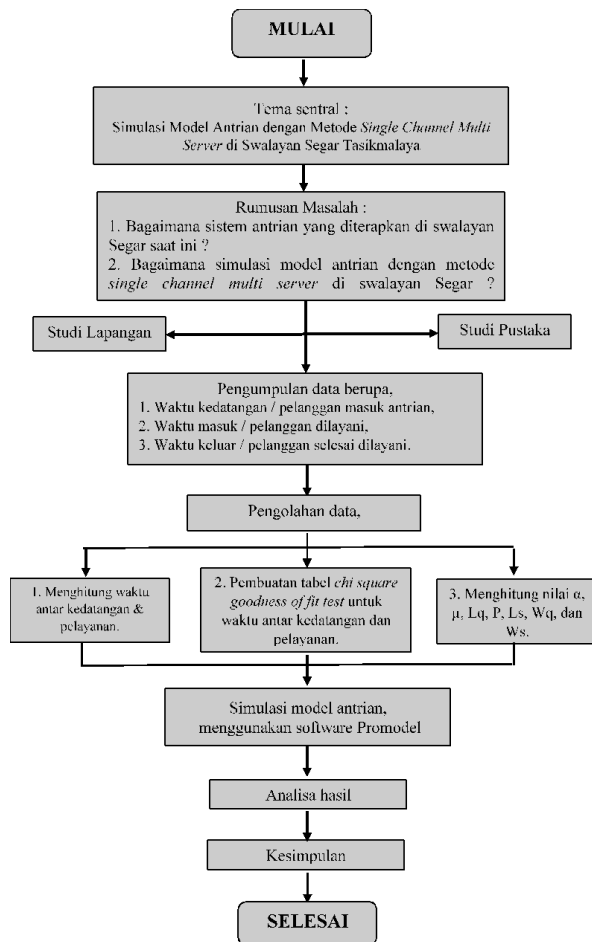
f. Simulasi model antrian menggunakan software Promodel

Tahap selanjutnya setelah data yang dikumpulkan diolah dan di validasi kemudian hasilnya dimasukkan ke dalam *software* promodel untuk kemudian diolah menjadi suatu simulasi model.

g. Simpulan

Tahap selanjutnya setelah didapat hasil pengolahan data adalah tahap simpulan, yaitu menarik simpulan dari hasil pengolahan data dikaitkan dengan permasalahan yang telah dirumuskan sebelumnya.

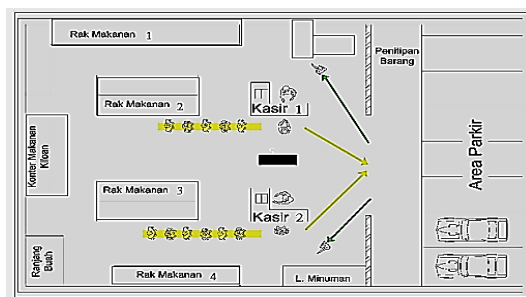
Alur penelitian disajikan pada flow chart di bawah ini:



Gambar 1 Flow Chart Penelitian

IV. Pembahasan

4.1 Sistem Antrian yang Diterapkan di Midimarket Segar



Gambar 4.1 layout antrian di kasir pada midimarket Segar

Gambar di atas menunjukkan keadaan di midimarket Segar dimana garis berwarna hijau menunjukkan masuknya pelanggan ke midimarket Segar, sedangkan garis berwarna

kuning menunjukkan pelanggan yang sedang dalam antrian dan pelanggan yang keluar dari antrian atau selesai dilayani.

4.2 Analisa Perhitungan Hasil Secara Matematis Lq, Ls, Wq dan Ws

Dari data yang telah didapat kita perlu melakukan perhitungan lain sebagai berikut:

$$\lambda = \frac{1}{\text{waktu antar kedatangan}} = \frac{1}{49,029} = 0,080$$

$$\mu = \frac{1}{\text{pelayanan}} = \frac{1}{53,914} = 0,099$$

$$\rho = \frac{\lambda}{\mu} = \frac{0,080}{0,099} = 1,080$$

$$Lq = \frac{\lambda^2}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{0,080^2}{0,099(0,099-0,080)} = 14,606$$

$$Ls = \frac{\lambda}{(\mu-\lambda)} = \frac{0,080}{(0,099-0,080)} = 13,527$$

$$Wq = \frac{\lambda}{\mu(\mu-\lambda)} = \frac{0,080}{0,099(0,099-0,080)} = 116,137$$

$$Ws = \frac{1}{(\mu-\lambda)} = \frac{1}{(0,099-0,080)} = 663,194$$

4.3 Uji Chi Square Goodness Of Fit

4.3.1 Uji chi-square goodness of fit untuk waktu antar kedatangan

Uji *chi-square* adalah pengujian tentang perbandingan antara O_i (frekuensi amatan) dan

Ei (frekuensi harapan) serta juga untuk melihat apakah hasil percobaan mendekati suatu distribusi.

Kelas Interval	Frekuensi Amatan (O _i)	Faktor Persentase $P(X \leq x) = 1 - e^{-x/\beta}$	Frekuensi Harapan (E _i)	$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$
0 - 53,995	49	0,668	46,726	0,111
54 - 107,995	14	0,222	15,534	0,151
108 - 161,995	3	0,074	5,164	0,064
162 - 215,995	2	0,025	1,717	
216 - 269,995	0	0,008	0,571	
270 - 323,995	1	0,003	0,190	
324 - 378,000	1	0,001	0,063	
Σ	70	1,000	69,141	0,327

Pembahasan tabel *chi square goodness of fit* waktu antar kedatangan :

Ho : Distribusi antar kedatangan mengikuti distribusi eksponensial dengan $\beta = 49,029$

Ha : Distribusi antar kedatangan tidak mengikuti distribusi eksponensial dengan $\beta = 49,029$

Jika X^2 hitung < X^2 tabel maka terima Ho dan tolak Ha

Jika X^2 hitung > X^2 tabel maka tolak Ho dan terima Ha

Kesimpulan : distribusi waktu antar kedatangan pelanggan di Swalayan Segar mengikuti distribusi eksponensial.

4.3.2 Uji *chi-square goodness of fit* untuk waktu pelayanan

Perhitungan yang sama seperti uji *chi-square* waktu antar kedatangan kita lakukan untuk uji *chi-square* waktu pelayanan namun dengan data dari tabel waktu pelayanan yang sudah ada :

Kelas Interval	Frekuensi Amatan (O _i)	Faktor Persentase $P(X \leq x) = 1 - e^{-x/\beta}$	Frekuensi Harapan (E _i)	$\chi^2 = \sum \frac{(O - E)^2}{E}$
4,000 - 28,709	22	0,346	24,204	0,201
28,714 - 53,424	25	0,217	15,177	6,357
53,429 - 78,138	8	0,136	9,516	0,242
78,143 - 102,852	10	0,085	5,967	2,726
102,86 - 127,566	3	0,053	3,741	0,806
127,57 - 152,281	1	0,034	2,346	
152,29 - 176,995	1	0,021	1,471	
Σ	70	0,892	62,316	10,332

Pembahasan tabel *chi-square goodness of fit* pelayanan,

Ho : Distribusi pelayanan mengikuti distribusi eksponensial dengan $\beta = 52,943$

Ha : Distribusi pelayanan tidak mengikuti distribusi eksponensial dengan $\beta = 52,943$

Jika X^2 hitung < X^2 tabel maka terima Ho dan tolak Ha

Jika X^2 hitung > X^2 tabel maka tolak Ho dan terima Ha

Kesimpulan : Distribusi pelayanan pembayaran di Midimarket Segar tidak mengikuti distribusi eksponensial

4.4 Simulasi Model Antrian dan Hasilnya

4.4.1 Pembuatan simulasi dengan Promodel

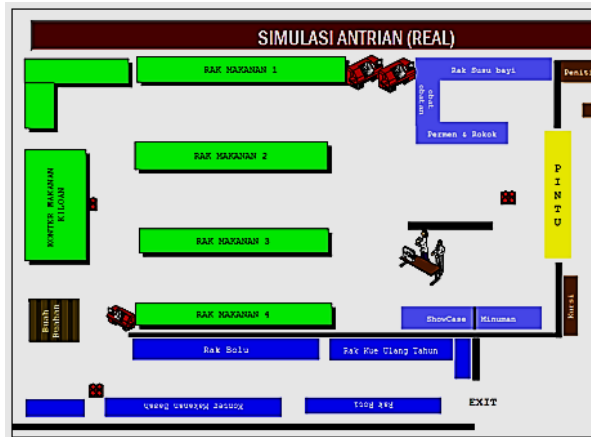
1. Location

Membuat lokasi-lokasi dari model yang nyata dan diubah menjadi model yang ada di simulasi. Maka daftar lokasi dalam simulasinya sebagai berikut:

Icon	Name	Cap.	Units	DTs...	Stats	Rules...
Aa	rak_makanan_1	INF	1	None	None	Band
Aa	rak_makanan_2	INF	1	None	None	Band, FIFO
Aa	rak_makanan_4	INF	1	None	None	Band
Aa	konter_makanan	INF	1	None	None	Band
Aa	kassa_1	1	1	None	Time Series	Band, FIFO
Aa	pintu	INF	1	None	None	Band
Aa	Rak_makanan_3	1	1	None	None	Band
	salur_1	INFINITE	1	None	None	Least Cap, FIFO
	salur_antrian_kassa_2	14	1	None	Time Series	Least Cap, FIFO
	salur_2	INFINITE	1	None	None	Least Cap, FIFO

Gambar 4.6 Elemen *location* dalam simulasi antrian-promodel

Pembuatan *location* disesuaikan dengan keadaan tempat yang akan kita simulasikan atribut *Name* dan *Units* mengikuti hal tersebut. Berikut adalah *layout* hasil dari *location* yang dibuat disesuaikan dengan kenyataan di lapangan :



Gambar 4.7 *Layout* dalam simulasi antrian-promodel

2. Entity

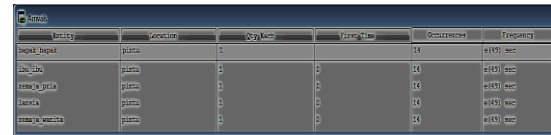


Gambar 4.8 Elemen *Entity* dalam simulasi antrian promodel

Diatas adalah entitas yang diinput kedalam elemen *entity* pada simulasi model antrian ini. Pada atribut *Speed* (mpm) penulis memasukkan angka 50 yang artinya kecepatan gerak *entity* diluar proses adalah 50 meter per menit.

3. Arrivals

Berikut merupakan kolom dari *arrivals* tersebut:

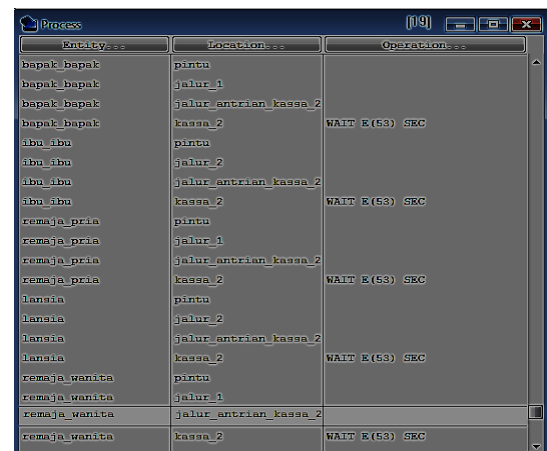


Gambar 4.9 Elemen *Arrivals* dalam simulasi antrian-promodel

Atribut *location* pada elemen *Arrivals* berarti tempat dimana *entity* pertama kali muncul dalam simulasi. Atribut *Occurrences* menunjukkan jumlah keseluruhan *entity* yang masuk selama 1 kali simulasi dijalankan.

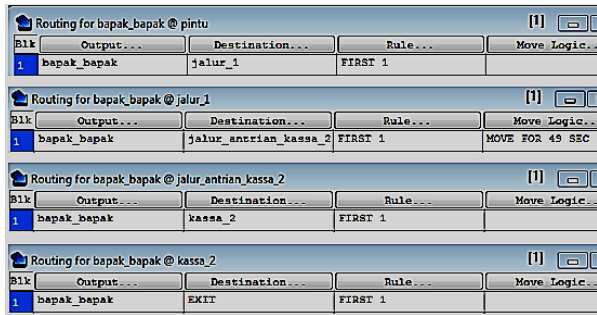
4. Processing

Dalam elemen *processing* terdapat dua elemen lain yaitu *process* dan *routing*. Kedua elemen tersebut untuk menentukan *route* yang dilalui oleh *entity* dari awal simulasi dijalankan sampai selesai. *Route process* dan *routing* disesuaikan dengan kebutuhan dan keinginan. Berikut *input process* untuk simulasi antrian ini :



Gambar 4.10 Elemen *process* pada *processing* dalam simulasi antrian-promodel

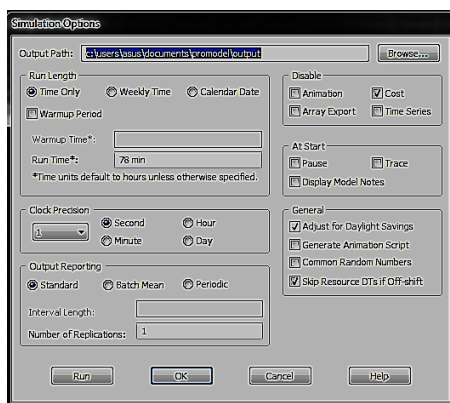
Pada atribut *operation*, menunjukkan operasi yang dialami *entity* dalam hal ini pelayanan. Sedangkan pada proses terakhir *entity* mendapat pelayanan di kassa sehingga *input operation*nya menjadi *Wait E(53) Sec*.



Gambar 4.11 Elemen *routing* pada *processing* dalam simulasi antrian-promodel

Dapat dilihat bahwa terdapat 1 *routing* untuk setiap *process entity* dan *process* terakhir diakhiri dengan *Destination-Exit* menandakan untuk serangkaian *process entity* yang ada ini adalah *process* terakhir.

5. Setting simulasi



Gambar 4.12 *Simulation options* dalam simulasi antrian-promodel

Pengaturan yang paling penting adalah mengisi *run time*, yaitu berapa lama simulasi akan dijalankan dengan satuan *hour* atau jam, penulis menginput 78 menit atau 1,18 jam. *Output reporting* menunjukkan *report* seperti apa yang kita butuhkan. Untuk atribut terakhir yang digunakan pada simulasi antrian ini adalah *disable* dimana kita mencentang pada pilihan yang tidak kita inginkan.

4.4.2 Hasil Simulasi Model Antrian

Pada tahap ini kita melakukan analisis model dengan menggunakan durasi waktu selama 78 menit. Berikut data yang didapat setelah simulasi model dijalankan:

Simulasi Antrian.MOD (Normal Run - Rep. 1)								
Name	Scheduled Time (MIN)	Capacity	Total Entries	Avg Time Per Entry (SEC)	Avg Contents	Maximum Contents	Current Contents	% Utilization
kassa 2	77.44	1.00	70.00	54.33	0.82	1.00	0.00	81.86
jalur antrian kassa 2	77.44	14.00	70.00	730.36	11.00	14.00	0.00	78.60

Gambar 4.13 Hasil *running location*

1. Location

a. Total entries

Total entries merupakan jumlah pelanggan yang masuk kedalam antrian di kasir midimarket Segar..

b. Avg Time Per Entry (SEC)

Pada tahap ini teranalisis bahwa lama rata-rata waktu pelayanan di kassa 2 yaitu 54,33 detik/orang.

a. Maximum Contents

Pada tahap ini teranalisis bahwa pada lokasi kassa 2 dan jalur antrian jumlah *maximum content* sama dengan jumlah kapasitasnya.

b. Current Contents

Current Contents menggambarkan jumlah pelanggan yang sedang dilayani saat simulasi berhenti.

c. % Utilization

Kassa 2 : 81,86 %

Antrian kasaa 2 : 78,60 %

2. Locations States Multi

Menjelaskan mengenai penggunaan kapasitas pada lokasi yang kapasitasnya lebih dari satu.

Simulasi Antrian.MOD (Normal Run - Rep. 1)					
Name	Scheduled Time (MIN)	% Empty	% Part Occupied	% Full	% D
jalur antrian kassa 2	77.44	6.32	58.90	34.78	

Gambar 4.14 Hasil *running locations states multi*

3. Location States Single

Menjelaskan mengenai penggunaan kapasitas dengan kapasitasnya sama dengan satu.

Berikut keterangannya:

Simulasi Antrian.MOD (Normal Run - Rep. 1)							
Name	Scheduled Time (MIN)	% Operation	% Setup	% Idle	% Waiting	% Blocked	% D
kassa 2	77.44	81.86	0.00	18.14	0.00	0.00	

Gambar 4.15 Hasil *running location states single*

Memiliki persentase bekerja : 81,86 %

Persentase menganggur : 18,14 %

Persentase tertahan : 0 %

4. Entity Activity

Menggambarkan aktivitas yang dilakukan entitas (pendaftar) pada saat berada dalam sistem.

Simulasi Antrian.MOD (Normal Run - Rep. 1)							
Name	Total Exit	Current Qty In System	Avg Time In System (SEC)	Avg Time In Move Logic (SEC)	Avg Time Waiting (SEC)	Avg Time In Operation (SEC)	Avg Time
bagel bagel	14.00	0.00	1727.45	49.00	694.75	870.34	
bu bu	14.00	0.00	1786.88	49.00	494.73	1003.66	
renang pria	14.00	0.00	1811.94	49.00	500.60	1055.68	
lantai	14.00	0.00	2530.85	49.00	756.95	1588.30	
renang wanita	14.00	0.00	2301.20	49.00	785.56	1356.63	

Gambar 4.16 Hasil *running entity activity*

Didalam sistem teranalisis bahwa pelanggan yang keluar dari sistem sebanyak $\Sigma = 70$ orang, tidak ada pelanggan yang berada dalam sistem saat simulasi selesai dijalankan. Sedangkan waktu pendaftar bergerak dari setiap lokasi yaitu 49 detik seperti yang telah diinput pada *routing*. Waktu menunggu dalam sistem adalah selama 656,518 detik/orang.

5. Entity States

Menggambarkan persentase keadaan entitas dalam sistem.

[1 .qer - nua lsmo]A izslumi2				
Blocked %	In Operation %	Waiting %	In Move %	Name
47.7	88.08	48.88	48.5	keged kged
54.51	08.88	00.88	77.5	udi udi
88.8	75.88	40.38	07.5	bing ejsmen
88.4	81.88	78.88	48.1	isiznel
88.8	88.88	75.88	81.5	slmew ejsmen

Gambar 4.17 Hasil *running entity states*

4.5 Simulasi Model Antrian (Usulan) dan Hasilnya

4.5.1 Pembuatan simulasi antrian usulan dengan Promodel

Berikut elemen-elemen simulasi yang mengalami perubahan pada simulasi antrian usulan ini :

1. Location

Karena tujuan saran penulis dalam mengurangi antrian yang ada adalah menambah 1 unit kassa lagi maka dalam elemen location penulis menambahkan 1 unit kassa dengan metode *single channel multi server*.

Location	Name	Cap	Units	Units...	State	Rules...
Aa	rek_makanan_1	INF	1	None	None	Rand
Aa	rek_makanan_2	INF	1	None	None	Rand, FIFO
Aa	rek_makanan_4	INF	1	None	None	Rand
Aa	kantren_makanan	INF	1	None	None	Rand
Aa	kassa_2	1	1	None	Time Series	Oldest, FIFO
Aa	platun	INF	1	None	None	Rand
Aa	rek_makanan_3	1	1	None	None	Rand
Aa	salur_1	INFINITEN	1	None	None	Least Cap, FIFO
Aa	salur_entrian_kassa_2	14	1	None	Time Series	Least Cap, FIFO
Aa	salur_2	INFINITEN	1	None	None	Least Cap, FIFO
Aa	kassa_3	1	1	None	Time Series	Oldest, FIFO
Aa	salur_entrian_kassa_3	14	1	None	Time Series	Least Cap, FIFO

Gambar 4.18 Elemen *location* simulasi usulan

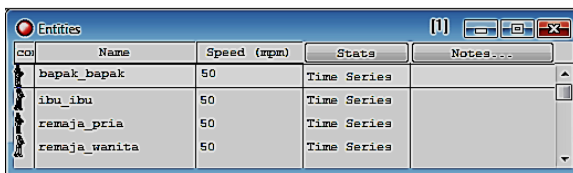
Input data yang diberikan sama seperti input data kassa 2 sebelumnya. Berikut adalah letak kassa 3 dalam layout :



Gambar 4.19 Layout simulasi usulan

2. Entity

Sedangkan untuk *entity* karena jumlah pelanggan menjadi sebagai berikut :

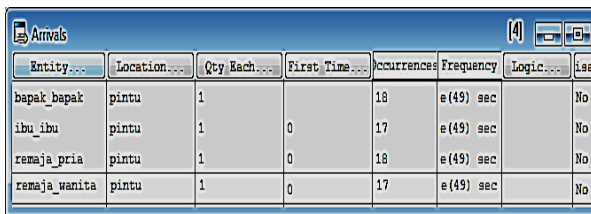


col	Name	Speed (mpm)	Stats	Notes...
	bapak_bapak	50	Time Series	
	ibu_ibu	50	Time Series	
	remaja_pria	50	Time Series	
	remaja_wanita	50	Time Series	

Gambar 4.20 Entity simulasi usulan

1. Arrivals

Berikut *input arrival* di simulasi usulan :

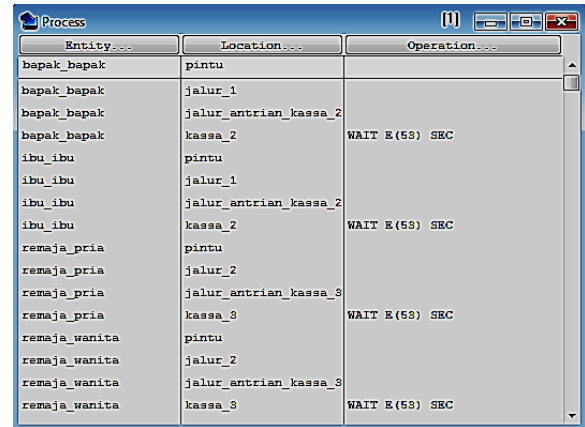


Entity...	Location...	Qty Each...	First Time...	Occurrences	Frequency	Logic...	Isab
bapak_bapak	pintu	1		18	e(49) sec		No
ibu_ibu	pintu	1	0	17	e(49) sec		No
remaja_pria	pintu	1	0	18	e(49) sec		No
remaja_wanita	pintu	1	0	17	e(49) sec		No

Gambar 4.21 Arrival simulasi usulan

3. Processing

Untuk input data atribut *operation* tidak berubah, hanya perubahan di atribut *location* dan *destination*. Berikut tampilan *processing* yang untuk simulasi usulan:



Entity...	Location...	Operation...
bapak_bapak	pintu	
bapak_bapak	jalur_1	
bapak_bapak	jalur_antrian_kassa_2	
bapak_bapak	kassa_2	WAIT E(53) SEC
ibu_ibu	pintu	
ibu_ibu	jalur_1	
ibu_ibu	jalur_antrian_kassa_2	
ibu_ibu	kassa_2	WAIT E(53) SEC
remaja_pria	pintu	
remaja_pria	jalur_2	
remaja_pria	jalur_antrian_kassa_3	
remaja_pria	kassa_3	WAIT E(53) SEC
remaja_wanita	pintu	
remaja_wanita	jalur_2	
remaja_wanita	jalur_antrian_kassa_3	
remaja_wanita	kassa_3	WAIT E(53) SEC

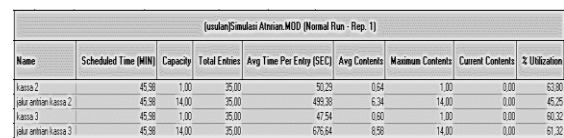
Gambar 4. 22 Process simulasi usulan

4. Simulasi Setting

Untuk pengaturan simulasi tidak ada yang berubah tetap sama seperti pengaturan simulasi sebelumnya.

4.5.2 Hasil Simulasi Model Antrian Usulan

1. Locations



(usulan)Simulasi Antrian.MOD (Normal Run - Rep. 1)								
Name	Scheduled Time (MIN)	Capacity	Total Entries	Avg Time Per Entry (SEC)	Avg Contents	Maximum Contents	Current Contents	% Utilization
kassa_2	45.38	1.00	35.00	50.29	0.64	1.00	0.00	63.80
jalur antrian kassa_2	45.38	14.00	35.00	499.38	6.34	14.00	0.00	45.25
kassa_3	45.38	1.00	35.00	47.54	0.60	1.00	0.00	60.32
jalur antrian kassa_3	45.38	14.00	35.00	676.64	6.38	14.00	0.00	51.22

Gambar 4.23 Hasil *running locations* simulasi usulan

a. Total entries

Jumlah pelanggan yang masuk kedalam antrian keseluruhan berjumlah 70 orang.

b. Avg Time Per Entry (SEC)

Pada tahap ini teranalisis bahwa lama rata-rata waktu pelayanan di kassa 2 yaitu 50,29 detik/orang. Dan lama rata-rata waktu pelayanan di kassa 3 yaitu 47,54 detik/orang.

c. Maximum Contents

Pada tahap ini teranalisis bahwa jumlah *maximum content* sama dengan jumlah kapasitasnya.

d. *Current Contents*

Sama seperti simulasi sebelumnya pada simulasi usulan ini tidak ada *entity* yang tertinggal atau masih dilayani saat simulasi berakhir.

e. *% Utilization*

Kassa 3 : 63, 80 %

Antrian kassa 2 : 45,25

Kassa 3 : 60,32 %

Antrian kassa 3 : 61,32 %

2. Locations States Multi

(usulan)Simulasi Antrian.MOD (Normal Run - Rep. 1)						
Name	Scheduled Time (MIN)	% Empty	% Full Occupied	% Full	% Down	
3 kassa 3	45.98	63.80	0.00	36.20	0.00	
2 kassa 2	45.98	60.32	0.00	39.68	0.00	

Gambar 4.24 Hasil *running locations states multi* simulasi usulan

Lokasi dengan kapasitas multi bertambah dalam simulasi usulan ini.

3. Location States Single

(usulan)Simulasi Antrian.MOD (Normal Run - Rep. 1)						
Name	Scheduled Time (MIN)	% Operation	% Setup	% Idle	% Waiting	% Blocked
kassa 2	45.98	63.80	0.00	36.20	0.00	
kassa 3	45.98	60.32	0.00	39.68	0.00	

Gambar 4.25 Hasil *running location states single* simulasi usulan

1. Kassa 2 :

Memiliki persentase kerja : 63,80 %

Persentase menganggur : 36,20 %

Persentase tertahan : 0 %

2. Kassa 3

Memiliki persentase kerja : 60,32 %

Persentase menganggur : 39,60 %

Persentase tertahan : 0 %

4. Entity Activity

(usulan)Simulasi Antrian.MOD (Normal Run - Rep. 1)							
Name	Total Exit	Current Qty in System	Avg Time in System (SEC)	Avg Time in Move Logic (SEC)	Avg Time Waiting (SEC)	Avg Time in Operation (SEC)	Avg Time Blocked (SEC)
bapak bapak	13.00	0.00	624.34	49.00	426.00	238.34	63.00
ibu ibu	17.00	0.00	662.19	49.00	379.19	237.95	57.00
remaja pria	19.00	0.00	7192.69	49.00	566.69	467.32	99.70
remaja wanita	17.00	0.00	1027.77	49.00	546.05	336.71	97.00

Gambar 4.26 Hasil *running entity activity* simulasi usulan

Jumlah pelanggan yang keluar dari sistem dan waktu rata-rata pendaftar bergerak dari setiap lokasi masih sama seperti dihasil simulasi sebelumnya. Sedangkan waktu menunggu rata-rata menjadi 496,74 detik atau 8 menit.

5. Entity States

(usulan)Simulasi Antrian.MOD (Normal Run - Rep. 1)				
Name	% In Move Logic	% Waiting	% In Operation	% Blocked
bapak bapak	5.87	59.33	27.60	7.19
ibu ibu	7.07	54.72	29.91	8.30
remaja pria	4.14	47.91	39.51	8.44
remaja wanita	4.77	53.13	32.66	9.44

Gambar 4.27 Hasil *running entity states* simulasi usulan.

Dari tabel tersebut terlihat bahwa entitas atau pelanggan memiliki persentase bergerak sebesar 5,46 % dan persentase menunggu sebesar 53,77 % dan persentase didalam operasi sebesar 32,42%, dan persentase tertahan yaitu 8,34 %

V. Simpulan

1. Antrian yang ada di midimarket Segar benar-benar mengganggu proses transaksi jual beli disana baik bagi pelanggan ataupun pihak midimarket Segar sendiri. Disaat-saat sibuk seperti momen mendekati hari raya idul fitri atau akhir pekan pihak midimarket Segar menambah 1 orang pelayan untuk tiap kasir yang ada sehingga sistem antriannya menjadi *single*

channel multy server hal tersebut tetap menyebabkan antrian yang panjang.

2. Dari hasil perhitungan dan simulasi antrian di midimarket Segar beban kerja atau kesibukan kasir kasir mencapai 82% angka yang sangat tinggi sehingga dapat memicu kelelahan ektrim pada kasir. Lama pelayanan untuk setiap orang sekitar 54 detik/orang. Dan lama mengatri untuk setiap pelanggan sekitar 11 menit/orang. Namun saat ditambahkan 1 unit kasir lagi beban kerja berkurang sekitar 19%. Lama waktu pelayanan pun berkurang sekitar 6 detik/orang. Hal tersebut juga sangat berpengaruh terhadap lama waktu menunggu pelanggan yang menjadi 8 menit/orang.

VI. Saran

Dalam kenyataannya kondisi di midimarket Segar amat padat sehingga tidak memungkinkan menambah 1 unit kassa lagi dilantai 1, sehingga menurut penulis pihak Midimarket Segar mulai mempertimbangkan untuk memperluas tempat mereka atau memilih tempat lain yang lebih luas.

Daftar Pustaka

- Aminudin, Muhammad, Akhmad Mahbubi, dan Rizki Adi Puspita Sari. 2014. Simulasi Model Sistem Dinamis Rantai Pasok Kentang dalam Upaya Ketahanan Pangan Nasional. Jakarta : Jurnal Agribisnis. Vol. 8, No. 1 : 1-14
- Aminudin. 2005. Prinsip-prinsip Riset Operasi. Jakarta : Erlangga
- Anonim. 2010. Perbedaan Supermarket Toserba, mall, dan pusat perbelanjaan. Dari: <https://jayatoserba.wordpress.com/2010/12/06/perbedaan-supermarket-toserba-mall-dan-pusat-perbelanjaan/>. Diakses pada tanggal 19 Mei 2018
- Anonim. 2015. Chi-square Goodness of Fit Test. Dari : <https://sbm.binus.ac.id/2015/11/21/chi-square-goodness-of-fit-test/>. Diakses pada tanggal 20 Mei 2018
- Bukalapak. 2018. Kassen cv-895 - komputer kasir. Dari : <https://www.bukalapak.com/p/perengkapan-kantor/alat-kantor/mesin-kasir/d5jox5-jual-kassen-cv-895-komputer-kasir>. Diakses pada tanggal 17 Juli 2018
- Ekoanindiyo, Firman Ardiansyah. 2011. Pemodelan Sistem Antrian dengan Menggunakan Simulasi. Semarang : Jurnal dinamika teknik. Vol. 05, No. 01 : 72 – 85
- Fajri, Misbahul. 2016. Simulasi antrian paket data jaringan dengan mekanisme Drop Tail. Jakarta Barat : Jurnal Ilmiah FIFO. Volume 08, No. 2 : 151-160
- Hardiyatmo, Anton. 2007. Usulan Perancangan Sistem Antrian dan Jumlah Kasir di Midimarket Luwes dengan Metode Simulasi. Surakarta : Universitas Sebelas Maret
- Hendra Setya Raharja. 2017. Panduan Uji Chi-Square kasus satu sample. Dari :

- <https://statmat.id/panduan-uji-chi-square-kasus-satu-sampel/>. Diakses pada tanggal 20 Mei 2018
- Industri, Fakultas Teknik. 2004. Modul Praktikum Simulasi Sistem Pro-model 4.0. Jakarta : Universitas Trisakti
- Kihariyadi. 2010. Distribusi Frekuensi Empirik Probabilitas. Dari : <https://kihariyadi.wordpress.com/2010/04/11/distribusi-frekuensi-empirik-probabilitas/>. Diakses pada tanggal 20 Mei 2018
- Lusiani, Mirna dan Ryan Adiputra Irawan. 2016. Analisis Sistem Antrian pada Bengkel Mobil Menggunakan Simulasi. Depok : Journal of Industrial Engineering & Management Systems. Vol. 9, No 2 : 96-108
- Mayangsari, Yashinta dan Estik Hari Prastiwi. 2016. Sistem Antrian Teller Bank Mandiri sebagai Upaya Meningkatkan Efisiensi Kecepatan Transaksi. Surabaya : Jurnal Ekonomi & Bisnis. Volume 1, Nomor 1 : 49 – 60
- Nasrul Setiawan. 2014. Uji Chi-square untuk Uji Kecocokan Goodness of Fit Test. Dari : <http://statistikceria.blogspot.co.id/2014/04/uji-chi-squared-untuk-uji-kecocokan-goodness-of-fit-test.html>. Diakses pada 20 Mei 2018
- Nurfitria, Defita, Nureni dan Tri Utami. 2016. Analisis Antrian dengan Model *Single Channel Single Phase Service* Pada Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU) I Gusti Ngurahrai Palu. Palu : Jurnal Ilmiah Matematika dan Terapan. Vol. 12 No. 2 : 125 – 138
- Nurhayati, Ratna, Rochmad dan Kartono. 2014. Analisis proses antrian *multiple channel single phase* di loket administrasi dan rawat jalan RSUP dr. Kariadi Semarang. Semarang : Jurnal Matematika. Vol. 03, No. 1 : 1-6
- Prof. Dr. Sugiyono. 2015. Statistika Untuk Penelitian. Bandung : Alfabeta
- _____. 2017. Metodologi Penelitian : Kuantitatif, kualitatif dan R&D. Bandung : Alfabeta
- Ramadhan, Jaka Dian, Fahrul Agus dan Indah Fitri Astuti. 2017. Simulasi Sistem Antrian dengan Metode *Multiple Channel Single Phase*. Samarinda : Jurnal Ilmu Komputer. Vol. 2, No. 1 : 117-124
- Riyanto, Agus. 2014. Simulasi Sistem Antrian Menggunakan Promodel di RS Hasan Sadikin Bandung. Bandung : Universitas Komputer Indonesia
- Sumarno, Marni, Yohanes Langi, dan Luther Latumakulita. 2015. Model Antrian pada Sistem Pembayaran di Golden Pasar Swalayan Manado. Manado : JdC. Vol. 4, No. 2 : 180-187
- Suryani, Erma. 2012. Pemodelan dan Simulasi untuk Meningkatkan Market Share Kartu Prabayar dengan Pendekatan Sistem Dinamik (Studi Kasus PT. Telekomunikasi Selular). Surabaya : Jurnal Teknik ITS. Vol. 1, No. 1 : 278-283/